

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Se proponen dos opciones, A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A 1. (2,5 puntos)

a) (1,25 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x^2-1}$, obtener su dominio de definición y sus asíntotas.

b) (1,25 puntos) Obtener el valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + \alpha}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\ln \left(\frac{3 - e^x}{1 + e^x} \right) \right]$$

A 2. (2,5 puntos) Determinar la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ teniendo en cuenta que $f''(x) = 2x - 5$, $f'(0) = 0$ y que $f(0) = 3$. Calcular $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[\frac{f''(x)+5}{2} \right] \sin x \, dx$.

A 3 (2,5 puntos)

a) (1,5 puntos) Ana y Juan llevan entre los dos 160 euros. Si Ana le da 10 euros a Juan, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto lleva cada uno inicialmente?

b) (1 punto) Dada la matriz $C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, y los vectores $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

resolver el sistema $C^3 \cdot X = b$.

A 4. (2,5 puntos) En un juego con dos jugadores, cada uno dispone de tres cartas en la mano (sota-10, caballo-11 y rey-12), sin mirar y al azar cada jugador saca una carta y las enfrentan, gana el de mayor puntuación. Tras cada partida, se recogen y se mezclan para la siguiente.

a) (1 punto) ¿Qué probabilidad hay de que el resultado de la partida sea un empate?

b) (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de no empatar en tres partidas consecutivas?

c) (0,75 puntos) Si sabemos que la partida ha terminado en un no empate, ¿qué probabilidad tiene cada jugador de ganar?

OPCIÓN B

B 1. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Estudiar para qué valores de $\alpha \in \mathbb{R}$, la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)\sin(5x)}{(x-x^3)^2}, & x \geq 0 \\ \frac{x^2}{x-1} + \frac{x^2+15}{x+\alpha}, & x < 0 \end{cases} \text{ es continua en el origen.}$$

- b) (1 punto) Para $\alpha = -1$, representa la función $g(x) = (x - 1)f(x) - 15$ cuando x varía en $(-\infty, -1]$.

B 2. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2-3}{x^2-9}$,

Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

- b) (1 punto) Utiliza el cambio de variable $x = t^2$ para calcular

$$\int_0^1 \frac{(1 + \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$$

- B 3. (2,5 puntos)** Sean $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) (0,75 puntos) Demuestre que A^3 es la matriz nula.
b) (0,75 puntos) Justifique que la matriz $I - A$, es regular, es decir que tiene inversa.
c) (1 punto) La matriz $I + A + A^2$ es la inversa de $I - A$.

- B 4. (2,5 puntos)** Se ha solicitado a un grupo de 50 personas adultas información sobre el número de horas que dedican diariamente a dormir (x) y el número de horas que dedican a ver la televisión (Y). La clasificación de las respuestas ha permitido elaborar la siguiente tabla:

Horas dormir (x_i)	6	7	8	9	10
Horas ver TV (Y_i)	4	3	3	2	1
Frecuencias	3	16	20	10	1

- a) (1,5 puntos) Determinar la ecuación de la **recta de regresión** de Y sobre X y el coeficiente de correlación lineal.
b) (1 punto) Si una persona duerme ocho horas y media, ¿cuánto cabe esperar que vea la televisión?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

OPCIÓN A

A 1. (2,5 puntos)

- a) Se adjudicarán 0,5 puntos por el cálculo del dominio y 0,25 por el estudio de cada uno de los tipos de asíntotas.
- b) Se asignará 0,25 puntos por el cálculo del primer límite, 0,75 puntos por el segundo y 0,25 por la obtención del valor del parámetro.

A 2. (2,5 puntos)

Se contará hasta 1,25 puntos la obtención de la $f(x)$ y hasta 1,25 puntos por el cálculo correcto de la integral.

A 3. (2,5 puntos)

- a) Por el planteamiento correcto del sistema se adjudicarán 0,75 puntos y por la resolución se dará hasta 0,75 puntos.
- b) Calcular C^3 correctamente será 0,5 puntos.

A 4. (2,5 puntos)

Se valorará conocer la teoría necesaria para resolver el problema hasta con 1 punto. No se valorarán las respuestas no justificadas.

OPCIÓN B

B 1. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Se darán hasta 0,5 puntos por conocer la definición de continuidad de una función en un punto.
- b) (1 punto) Se asignará 0,5 puntos por la obtención de $g(x)$.

B 2. (2,5 puntos)

- a) Se adjudicarán hasta 0,5 puntos por el cálculo de la derivada de $f(x)$. No se dará la máxima puntuación si no se tiene en cuenta el dominio correctamente.
- b) Por el planteamiento correcto del cambio de variable para realizar la integral se asignará hasta 0,5 puntos.

B 3. (2,5 puntos)

En el apartado a) se dará 0,5 puntos por calcular A^2 correctamente y en el b) se podrá utilizar distintas justificaciones.

B 4. (2,5 puntos)

Se dará la máxima puntuación sólo si están justificados todos los cálculos teniendo en cuenta las frecuencias de la tabla. Por conocer las fórmulas necesarias se asignará hasta 1 punto.